**BÀI TOÁN VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL**

**A. Lý thuyết**

Cho đường thẳng  và Parabol  Khi đó số giao điểm của d và  bằng đúng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm: 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Số giao điểm của d và (P) | Biệt thức  của phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) | Vị trí tương đối của d và (P) |
| 0 |  | d không cắt |
| 1 |  | d tiế xúc với |
| 2 |  | d cắt  tại hai điểm phân biệt |

**B. Bài tập**

**Bài 1:** Cho parabol

a. Với n = 1 hãy:

- Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ

- Tìm tọa độ các giao điểm A và B của d và (P)

- Tính diện tích 

b. Tìm các giá trị của n để:

- d và (P) tiếp xúc nhau

- d cắt (P) tại hai điểm phân biệt

- d cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía đối của trục Oy.

**Lời giải**

a) 

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d:



- Tính  bằng 1 trong 3 cách sau:

**+) Cách 1:** Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục Ox, khi đó:



**+) Cách 2:** Gọi I là giao điểm của d và Oy. M, N làn lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên Oy. Khi đó: 

**+) Cách 3:** Gọi T là hình chiếu vuông góc của O trên d, khi đó: 

b. Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): 

- d tiếp xúc với (P) 

- d cắt (P) tại hai điểm phân biệt 

- d cắt (P) tại hai điểm nằm ở hai phía trục Oy 

**Bài 2:** Cho parabol

a. Với m = 3 hãy:

- Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ

- Tìm tọa độ các giao điểm M và N của d và (P)

- Tính độ dài đoạn thẳng MN

b. Tìm các giá trị của m để:

- d và (P) tiếp xúc nhau

- d và (P) không cắt nhau

- d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

**Lời giải**

a) Với  ta được 

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): 



- Độ dài 

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): 

- d tiếp xúc với (P) 

- d không cắt (P) 

- d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm 

**Bài 3:** Cho parabol

a. Với m = 3 hãy:

- Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ

- Tìm tọa độ các giao điểm M và N của d và (P)

- Tính độ dài MN

b. Tìm các giá trị của m để:

- d và (P) tiếp xúc nhau

- d và (P) không cắt nhau

- d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm

**Lời giải**

a. 

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là:

b. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d: 

- d tiếp xúc với (P) 

- d và (P) không cắt nhau 

- d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ âm 

**Bài 4:** Viết phương trình đường thẳng d, biết:

a) d đi qua hai điểm A, B thuộc  và có hoành độ lần lượt là 

b) d song song với đường thẳng  và tiếp xúc với 

c) d tiếp xúc với  tại điểm .

**Lời giải**

a) Gọi phương trình d vó dạng 

Theo đầu bài ta có: 

Do 

b) Phương trình đường thẳng d có dạng  với 

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: 

D tiếp xúc với (P) 

c) Gọi phương trình đường thẳng d có dạng 

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:  với 

Để d tiếp xúc với (P) tại điểm .

**Bài 5:** Viết phương trình đường thẳng d, biết:

a) d đi qua hai gốc tọa độ và điểm M thuộc  có hoành độ là 

b) d vuông góc với đường thẳng  và tiếp xúc với 

c) d tiếp xúc với  tại điểm .

**Lời giải**

Gọi phương trình đường thẳng d có dạng: 

a) Vì . Do 

b) Vì 

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: 

Vì d tiếp xúc với (P) nên 

c) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: 

Vì d tiếp xúc với (P) tại điểm .

**Bài 6:** Cho parabol  và đường thẳng d đi qua điểm  có hệ số góc k

a. Viết phương trình đường thẳng d và chứng minh với mọi giá trị của k thì d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B

b. Gọi hoành độ của A, B lần lượt là . Chứng minh rằng 

c. Chứng minh  vuông.

**Lời giải**

a. Ta có d: 

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: 

b. 

c. Sử dụng pytago đảo.

**Bài 7:** Cho parabol  với .

a. Xác định tham số m biết đồ thị hàm số đi qua  Vẽ đồ thị hàm số vớà tìm được

b. Một đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4, cắt (P) tại 2 điểm A và B. Tính diện tích tam giác AOB.

**Lời giải**

a) Thay tạo độ điểm A vào phương trình (P) ta tìm được 

b) Tìm được  và  (đvdt)

**Bài 8:** Cho parabol  và đường thẳng .

a. Chứng minh d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B

b. Xác định m để AB nhỏ nhất. Tính diện tích  với m vừa tìm được.

**Lời giải**

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: 

Vì  d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi  là hai nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm



 tại 

**Bài 9:** Cho hàm số  có đồ thị là  và đường thẳng d đi qua  và có hệ số góc k

a) Viết phương trình đường thẳng d

b) Tìm các giá trị của k để  và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B nằm về hai phía của trục tung

c) Gọi  Tìm các giá trị của k để biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

a) Ta tìm được 

b) Phương trình hoành độ giao điểm cảu (P) và d là: 

Ta có a, c trái dấu 

c) 

**Bài 10:** Cho parabol  và đường thẳng  (m là tham số)

a) Vẽ (P) và d khi 

b) Chứng minh với mọi giá trị của m, d luôn đi qua một điểm cố định và luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B

c) Tìm các giá trị của m để  có diện tích bằng 2 (đơn vị diện tích).

**Lời giải**

a) Khi  thì 

b) d luôn đi qua điểm cố định 

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d có a, c trái dấu hoặc 

c) Ta tìm được 

**Bài 11:** Cho phương trình  (m là tham số)

a) Giải và biện luận phương trình

b) Biết phương trình có một nghiệm là  Tìm m và nghiệm còn lại

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm  thỏa mãn 

d) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm đối nhau

e) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó 2 nghiệm cùng âm hay cùng dương

f) Đặt  với  là hai nghiệm của phương trình. Hãy:

- Tìm biểu thức A theo m

- Tìm các giá trị của m để 

- Tìm giá trị nhỏ nhất của A và giá trị tương ứng của m

g) Chứng minh biểu thức  không phụ thuộc vào m.

**Lời giải**

a) Với  thì phương trình có nghiệm kép 

Với  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt là 

b)  và nghiệm còn lại là 

c) 

d) Để phương trình có 2 nghiệm đối nhau thì 

e)  và hai nghiệm cùng âm

f) 

- 

- 

g)  đpcm.